Corrigé : Évaluation formative

Vecteurs et repérage

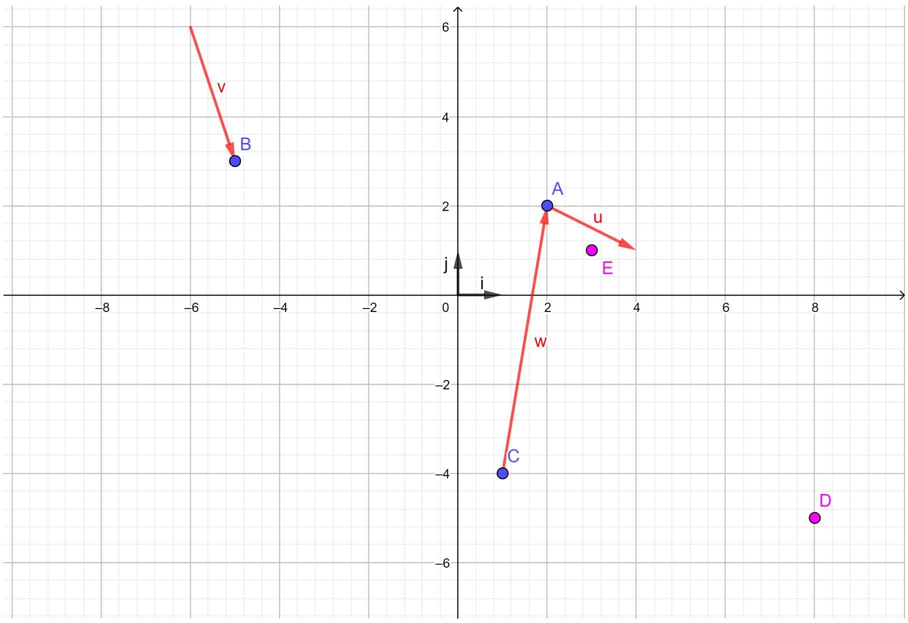
Exercice 1/4 : Coordonnées de vecteurs

Rajouter des carreaux si besoin !

1. Construire un représentant de chaque vecteur :
   (a) $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ d'origine A.
   (b) $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$ d'extrémité B.
   (c) $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}1\\6\end{pmatrix}$ d'origine C.

2. Construire les points suivants :
   (a) D tel que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
   (b) E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$

Solution :



Exercice 2/4 : Vecteurs colinéaires

Soient les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}8\\-12\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$.
Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont-ils colinéaires ? Et les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{w}$?

Solution :

$\overrightarrow{v} = -4 \times \overrightarrow{u}$ donc $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.
$det(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) = \begin{vmatrix}-2 & 2\\3 & 3\end{vmatrix} = -6 - 6 = -12$
$-12 \neq 0$ donc $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{w}$ ne sont pas colinéaires.

Exercice 3/4 : Alignement de points

Soient les points $M(-2;-1)$, $B(1;0)$ et $F(6;1)$.
Les points M, B et F sont-ils alignés ?

Solution :

$\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}1-(-2)\\0-(-1)\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MF}\begin{pmatrix}6-(-2)\\1-(-1)\end{pmatrix}$
$det(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MF}) = \begin{vmatrix}3 & 8\\1 & 2\end{vmatrix} = 6 - 8 = -2$
$-2 \neq 0$ donc $\overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{MF}$ ne sont pas colinéaires. D'où M ; B et F ne sont pas alignés.

Exercice 4/4 : Alignement de points

Dans un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ on donne les points $M(0;-3)$, $N(2;3)$, $P(-9;0)$ et $Q(-1;-1)$.

1. Calculer les coordonnées des points A et B tels que : $\overrightarrow{NA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MQ}$.
2. Démontrer que les points P, A et B sont alignés sans utiliser le déterminant, puis avec le déterminant.

Solution :

1.
   - $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}2-0\\3-(-3)\end{pmatrix}$
     On note $(x_A;y_A)$ les coordonnées du point A.
     $\overrightarrow{NA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$ donc $\begin{pmatrix}x_A-2\\y_A-3\end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}$
     Donc $x_A - 2 = 1$ et $y_A - 3 = 3$ d'où $A(3;6)$.
   - $\overrightarrow{MQ}\begin{pmatrix}-1-0\\-1-(-3)\end{pmatrix}$
     On note $(x_B;y_B)$ les coordonnées du point B.
     $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MQ}$ donc $\begin{pmatrix}x_B-0\\y_B-(-3)\end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$
     Donc $x_B - 0 = -3$ et $y_B + 3 = 6$ d'où $B(-3;3)$.
2.
   - $\overrightarrow{PA} = \begin{pmatrix}12\\6\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PB} = \begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$
     $\overrightarrow{PA} = 2\overrightarrow{PB}$ donc $\overrightarrow{PA}$ et $\overrightarrow{PB}$ sont colinéaires. D'où P ; A et B sont alignés.
   - $det(\overrightarrow{PA};\overrightarrow{PB}) = \begin{vmatrix}12 & 6\\6 & 3\end{vmatrix} = 36 - 36 = 0$
     $\overrightarrow{PA}$ et $\overrightarrow{PB}$ sont colinéaires. D'où P ; A et B sont alignés.