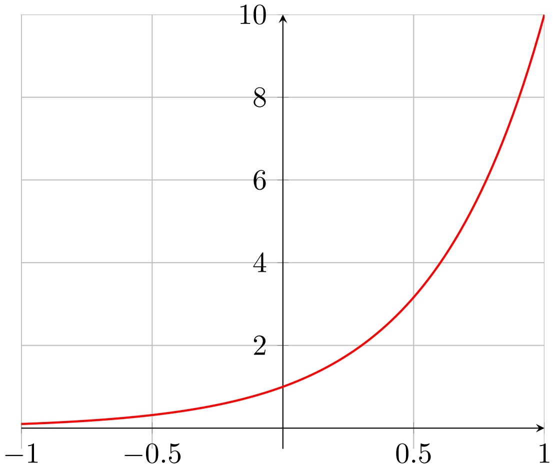
Version 251015

2025/2026

Logarithme décimal

I Présentation de la fonction logarithme

On a représenté ci-dessous la fonction définie sur $\mathbb{R}$: $x \longmapsto 10^x$



Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 10^x$:
L'équation $f(x) = a$ c'est à dire $10^x = a$ avec $a > 0$ admet une unique solution sur $\mathbb{R}$. Cette solution est appelée logarithme décimal de a et se note $\log(a)$.
La fonction logarithme est donc définie sur $]0; +\infty[$ est à valeurs dans $\mathbb{R}$.

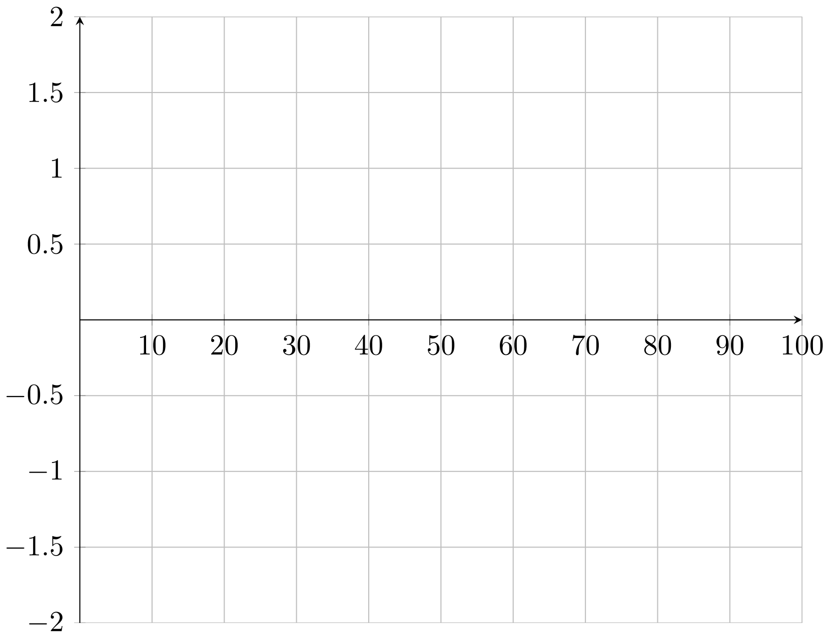
Définition

- Pour $b > 0$, $10^x = b \Longleftrightarrow x = \log(b)$
- $\log(10^x) = x$
- Pour $x > 0$: $10^{\log(x)} = x$

Remarque

Exemple

Tracer ci-dessous $x \longmapsto \log(x)$:



Propriété

- La fonction logarithme est croissante sur son intervalle de définition.
- $\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$
- $\log(a^n) = n\log(a)$
- $\log(\frac{a}{b}) = \log(a) - \log(b)$
- $\log(\frac{1}{a}) = -\log(a)$
- Valeurs particulières :
  - $\log(1) = 0$
  - $\log(10) = 1$
  - $\log(100) = 2$

Exemple

Simplifier les expressions suivantes :

$\log(2-\sqrt{2}) + \log(2+\sqrt{2})$

$\log(10^3) - \log(\frac{1}{5})$

$2\log(3) + \log(2) - 4\log(3)$

II Résolution d'équation et d'inéquation

a. Résoudre l'équation $7^x = 3$

b. Résoudre dans $]0; +\infty[$: $x^3 < 5$

c. 9 augmentations successives de t% correspondent à une augmentation globale de 40 %. Donner une valeur approchée du taux moyen τ_m.